

## Operaciones con números complejos

### Para observar

En los siguientes ejemplos, pueden observar cómo realizamos las cuatro operaciones básicas con números complejos.

Consideremos  $z_1 = 2 + 3i$  y  $z_2 = 1 - 5i$ .

• Adición

$$z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (1 - 5i) = (2 + 1) + (3 - 5)i = 3 - 2i$$

• Sustracción

$$z_1 - z_2 = (2 + 3i) - (1 - 5i) = (2 - 1) + (3 + 5)i = 1 + 8i$$

• Multiplicación

$$z_1 \cdot z_2 = (2 + 3i) \cdot (1 - 5i) = 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-5i) + 3i \cdot 1 + 3i \cdot (-5i) = 2 - 10i + 3i - 15 \underbrace{i^2}_{-1} = 17 - 7i$$

• División

Para resolver la división entre dos números complejos, siendo el divisor no nulo, multiplicamos ambos por el conjugado del divisor, del siguiente modo:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{(2 + 3i) \cdot (1 + 5i)}{(1 - 5i) \cdot (1 + 5i)} = \frac{2 + 10i + 3i - 15}{1^2 - (5i)^2} = \frac{-13 + 13i}{26} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

Observen que multiplicar por una fracción de igual numerador y denominador es como multiplicar por 1, por lo tanto, la igualdad no se altera.

**28** Consideren los complejos  $z_1 = -2 + i$ ;  $z_2 = 3 + 5i$  y  $z_3 = 4 - i$  y resuelvan los siguientes cálculos.

- a)  $z_1 + z_2 - z_3$       c)  $\bar{z}_1 - \bar{z}_3$       e)  $(z_1 + z_2) z_3$       g)  $z_1 \cdot z_2 - z_3$       i)  $z_1 \cdot \bar{z}_1$   
 b)  $z_1 + \bar{z}_2 - z_3$       d)  $5z_3$       f)  $(-z_1 + \bar{z}_2) \cdot (\bar{z}_1 - z_3)$       h)  $(z_3)^2$       j)  $z_2 \cdot \bar{z}_2$

**29** Consideren los complejos  $z_1 = 3 - i$ ;  $z_2 = -4i$  y  $z_3 = 7 + 2i$  y resuelvan las siguientes divisiones.

- a)  $\frac{z_2}{z_1}$       b)  $\frac{z_1}{z_3}$       c)  $\frac{z_3}{z_2}$       d)  $\frac{z_2}{z_3}$       e)  $16 \cdot \frac{\bar{z}_3}{z_2}$       f)  $\frac{1}{z_1}$

**30** Consideren la unidad imaginaria  $i$ .

a) Completen sus potencias.

$i^0 = \dots$        $i^2 = \dots$        $i^4 = \dots$        $i^6 = \dots$   
 $i^1 = \dots$        $i^3 = \dots$        $i^5 = \dots$        $i^7 = \dots$

b) Analicen los valores que obtuvieron y expliquen qué regularidad observan.

**31** Calculen las siguientes potencias.

- a)  $i^{127} = \dots$       e)  $i^{94} = \dots$       i)  $i^{33} \cdot i^{11} = \dots$   
 b)  $i^{44} = \dots$       f)  $(i^{12})^4 = \dots$       j)  $i^{2022} : i^3 = \dots$   
 c)  $i^{242} = \dots$       g)  $(i^3)^5 = \dots$   
 d)  $i^{69} = \dots$       h)  $(i^9)^{27} = \dots$

