

NÚMEROS COMPLEJOS



Cada conjunto numérico surgió ante la necesidad de resolver una determinada situación de la vida real o del contexto matemático. Por ejemplo, para contar, se usan los números naturales; para medir y repartir, se necesitan los racionales; para determinar el contorno de figuras circulares, se utilizan los irracionales. Todos estos conjuntos numéricos conforman el conjunto de los *números reales*; y con ellos, se pueden resolver diversas clases de ecuaciones, excepto las del tipo $x^n = a$, cuando n es par y a es menor que cero. En este último caso, se recurre a los *números complejos*.

Entrá en el link para ver el video.

<https://www.youtube.com/watch?v=LqyBrrgmIro>

Ampliación del campo numérico

22 Marquen con una cruz todos los conjuntos numéricos a los cuales pertenecen las soluciones de las ecuaciones, cuando corresponda.

Ecuación	N	Z	Q	I	R
$x - 3 = 1$					
$x + 2 = 1$					
$x \cdot 2 = 1$					
$x^2 - 2 = 0$					
$x^2 + 1 = 0$					

Para leer y recordar

Como sabemos, en \mathbb{R} no podemos resolver raíces cuadradas de números negativos, como $\sqrt{-1}$, ya que no existe ningún número real cuyo cuadrado sea igual a -1 .

Se utiliza el símbolo i para indicar un número tal que $i^2 = -1$.

Teniendo en cuenta la igualdad a partir de la cual lo definimos, y que este número no es real, podemos usarlo para expresar las soluciones que no son reales de algunas ecuaciones.

Ejemplos:

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$



$$x_1 = \sqrt{-1} \quad x_2 = \sqrt{-1}$$

$$x_1 = i \quad x_2 = -i$$

Comprobación:

$$i^2 + 1 = 0$$

$$(-i)^2 + 1 = 0$$

$$-1 + 1 = 0 \checkmark$$

$$(-1)^2 + 1 = 0$$

$$-1 + 1 = 0 \checkmark$$

$$x^2 + 2 = 0$$

$$x^2 = -2$$



$$x_1 = \sqrt{-2} \quad x_2 = \sqrt{-2}$$

$$x_1 = \sqrt{2}i \quad x_2 = -\sqrt{2}i$$

Comprobación:

$$(\sqrt{2}i)^2 + 2 = 0$$

$$(-\sqrt{2}i)^2 + 2 = 0$$

$$2 \cdot i^2 + 2 = 0$$

$$2 \cdot i^2 + 2 = 0$$

$$2 \cdot (-1) + 2 = 0 \checkmark$$

$$2 \cdot (-1) + 2 = 0 \checkmark$$

23 Utilicen el símbolo i para expresar las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 + 4 = 0$

c) $x^2 + 5 = 0$

b) $-x^2 - 9 = 0$

d) $9x^2 + 16 = 0$

Los números complejos

Para leer y recordar

• A los números de la forma $a + bi$, donde a y b son números reales, los llamamos *números complejos*.

Se suele utilizar la letra z para designar un número complejo.

$$z = a + bi$$

a se llama *parte real* de z .

Lo escribimos así:

$$a = \text{Re}(z)$$

b se llama *parte imaginaria* de z .

Lo escribimos así:

$$b = \text{Im}(z)$$

i verifica que $i^2 = -1$.

i es la *unidad imaginaria*.

Ejemplos:

$$z_1 = 2 - 3i$$

$$\text{Re}(z_1) = 2$$

$$\text{Im}(z_1) = -3$$

$$z_2 = \frac{2}{3}i$$

$$\text{Re}(z_2) = 0$$

$$\text{Im}(z_2) = \frac{2}{3}$$

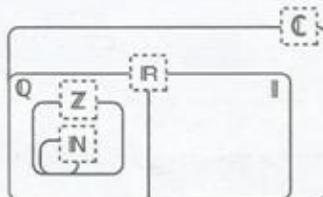
$$z_3 = -5$$

$$\text{Re}(z_3) = -5$$

$$\text{Im}(z_3) = 0$$

• Al conjunto de todos los números complejos, lo designamos con el símbolo \mathbb{C} , y está definido de forma tal que incluye a los números reales, representados por aquellos números complejos cuya parte imaginaria es nula.

• Un número complejo no nulo como z_1 , cuya parte real es nula, se llama *imaginario puro*.



24 Consideren la siguiente tabla.

Complétenla.

Número complejo z	Parte real $Re(z)$	Parte imaginaria $Im(z)$
$5 + 3i$		
	2	8
	-4	$\frac{2}{3}$
	1	-3
$2 - \sqrt{3}i$		
$5i$		
	0	4
	4	0
	0	0

b) Indiquen cuáles de los números complejos que aparecen en la tabla son:

I. reales.

.....

II. imaginarios puros.

.....

El conjugado y el opuesto de un número complejo

Para leer y recordar

A partir de un número complejo $z = a + bi$, se definen los siguientes números complejos:

- el *conjugado* de z es $\bar{z} = a - bi$ (la parte real es igual y la parte imaginaria es la opuesta).
- el *opuesto* de z es $-z = -a - bi$ (la parte real y la parte imaginaria son opuestas).

Ejemplos:

$$z_1 = -1 - 2i$$

$$\bar{z}_1 = -1 + 2i$$

$$-z_1 = 1 + 2i$$

$$z_2 = 4i$$

$$\bar{z}_2 = -4i$$

$$-z_2 = -4i$$

$$z_3 = 6$$

$$\bar{z}_3 = 6$$

$$-z_3 = -6$$

25

Completan el cuadro.

z	\bar{z}	$-z$
$\frac{2}{3} + \frac{5}{2}i$		
	$2 - 6i$	
		$-7 + \sqrt{3}i$
	-3	
		$-\sqrt{5}i$
	$2 - \frac{1}{2}i$	

TODOS LOS TRABAJOS SE ENTREGAN AL MAIL:

mariana_sudday@hotmail.com