EESA N°1 **Prof. Mariana Sudday**

Matemática 4to año

TP N°2

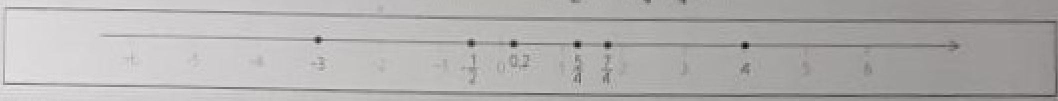
<u>Números irracionales</u>

1)Leer atentamente y completar:

Números irracionales

Estamos familiarizados con los *números racionales*, ya sean enteros o no. Establecimos para ellos una relación de orden, y los representamos como *puntos sobre una recta* continua en la que fijamos un origen y una unidad.

Ejemplo: Representamos así los números racionales -3; $-\frac{1}{2}$; $0{,}2$; $\frac{5}{4}$; $\frac{7}{4}$ y 4:



Nos preguntamos: entre dos números racionales cualesquiera, ¿habrá siempre otro número racional?

Por ejemplo, entre $\frac{5}{4}$ y $\frac{7}{4}$ encontramos el número racional $\frac{\dots}{4}$. ¿Y entre $\frac{5}{4}$ y $\frac{6}{4}$?

Si sumamos dos números racionales, el resultado siempre es un número .... Entonces, el *promedio* **P** entre $\frac{5}{4}$ y $\frac{6}{4}$ es un número .... comprendido entre ellos:

$$\frac{\frac{5}{4}+\frac{6}{4}}{2}=\frac{\dots}{2}=\dots\Rightarrow\frac{5}{4}<\dots<\dots$$

Gráficamente:

Podríamos continuar indefinidamente con este procedimiento de promediar dos números racionales; *por lo tanto, entre dos números racionales cualesquiera .... hay otro número racional.* Por eso decimos que **el conjunto Q de los números racionales es denso.**

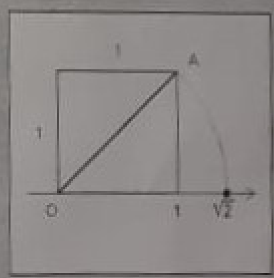
Supongamos que pudiéramos marcar en la recta los puntos correspondientes a todos los números racionales. Nos preguntamos: ¿quedarían marcados todos los puntos de la recta o habría "agujeros", es decir, puntos que corresponden a otros números que no son racionales?

Como ya vimos, el número $\sqrt{2}$ no puede ser expresado como el cociente entre ...., es decir, es un número ....

Observen el siguiente esquema: marcamos el punto O en el origen y trazamos un arco de circunferencia de centro O y radio $\overline{OA}$ que interseque el eje x en un punto.

Este punto representa el número irracional .... porque $\overline{OA}=\sqrt{2}$

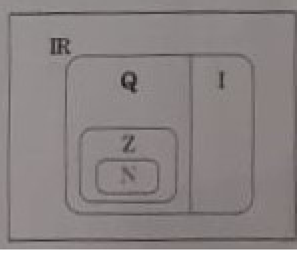
Entonces, hay puntos de la recta que representan números racionales y otros puntos que representan números ....



Si pudiéramos marcar los puntos correspondientes a todos los números racionales y a todos los irracionales, la recta quedaría completa.

La unión del conjunto **Q *de números racionales*** y el conjunto **I *de números irracionales*** es ***el conjunto IR de los números reales.***

A cada número real le corresponde un único punto de la recta y cada punto de la recta representa un número real. A esa recta continua la llamamos **recta real**.



Hasta ahora, el único número irracional que mencionamos es $\sqrt{2}$, pero hay infinidad de ellos. Veamos cuáles son.

Hay números irracionales "famosos", como el número π (pi), que relaciona la .... de la circunferencia con su .... mediante la fórmula: ...., y el número ϕ (phi), cuyo valor es: $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, al que se conoce como *"el número de oro"*. Este número presenta asombrosas propiedades de las que luego nos ocuparemos.
Otros números irracionales son las raíces de índice par (cuadradas, cuartas, etc.) de números naturales cuyos resultados no son naturales:

Escriban $\in$ o $\notin$ (pertenece o no pertenece): $\sqrt{3}$ .... $\mathbb{I}$ $\sqrt{5}$ .... $\mathbb{I}$ $\sqrt[4]{81}$ .... $\mathbb{I}$ $\sqrt[4]{6}$ .... $\mathbb{I}$

También son irracionales las raíces de índice impar (cúbicas, quintas, etc.) de números enteros cuyos resultados no son enteros.

Escriban $\in$ o $\notin$: $\sqrt[3]{2}$ .... $\mathbb{I}$ $\sqrt[3]{-8}$ .... $\mathbb{I}$ $\sqrt[5]{-5}$ .... $\mathbb{I}$ $\sqrt[3]{8}$ .... $\mathbb{I}$

Veamos qué característica presentan los números irracionales.

Dada una fracción -es decir, un número racional-, para obtener su expresión decimal hacemos la .... entre el numerador y el .... Pueden darse únicamente estas dos variantes, **A** y **B**:

A) Ejemplo:

519 | 99

$\boxed{\frac{519}{99} = 5{,}242424\ldots = 5{,}\overset{\frown}{24}}$

La división nunca termina porque se repite siempre la misma secuencia de restos y, por lo tanto, la misma secuencia de números en el desarrollo decimal. El cociente **tiene un desarrollo decimal periódico infinito**.

B) Ejemplo:

131 | 25

$\boxed{\frac{131}{25} = 5{,}24}$

Obtenemos un resto nulo.
Podemos considerar el cociente 5,24 como 5,2400000… = 5,240

Es decir que **todo número racional posee un desarrollo decimal** .... **y toda expresión decimal periódica es un desarrollo decimal de algún número racional**.

Como las variantes **A** y **B** son las únicas que pueden darse al dividir dos números enteros, *si un número tiene un desarrollo decimal no periódico, no es un número* .... *Se trata de un número* ***irracional***.
Los números irracionales tienen infinitas cifras decimales no periódicas.

Nota: Si al calcular una medida obtenemos como resultado un número irracional como, por ejemplo, $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{12}$, etc., debemos tener en claro que ése es el valor *exacto* de la medida y así la dejamos expresada.

2) **Investigar acerca del número de oro, ¿ qué es? ¿ dónde lo podemos encontrar?**

Les dejo mi mail para que puedan hacer consultas:
mariana_sudday@hotmail.com